Géometrie des Groupes

Série 1 .... distribuée le mardi 24 octobre 2005

(1) Dessinez le graphe de Cayley pour les présentations suivantes :

(a) $\langle x, y \,|\, x = y^2 \rangle$

(b) $\langle x, y \,|\, x = y^2, y = x^2 \rangle$

(c) $\langle a, b, c \,|\, abc, cba \rangle$

(d) $\left\langle x, y \,\middle|\, x^2, y^2, (xy)^2 \right\rangle$

(e) $\left\langle x, y \,\middle|\, x^2, y^2, (xy)^3 \right\rangle$

(f) $\langle x \,|\, x^6 \rangle$.

(2) Soit

$$F_n = \langle x_0, x_1, \ldots, x_{n-1} \,|\, x_0 x_1 = x_2, x_1 x_2 = x_3, \ldots x_{n-1} x_0 = x_1 \rangle$$

où les indices sont pris modulo n. Les groupes F_n s'appellent les *groupes de Fibonacci*. Montrez que

$$F_1 = F_2 = 1 \qquad |F_3| = 8 \qquad |F_4| = 5.$$

On remarque que $|F_5| = 11$, $|F_6| = 29$, $|F_7|$ et $|F_8|$ sont inconnus, et que $|F_9| = \infty$.