Géometrie des Groupes

Série 7 .... distribuée le lundi 5 décembre 2005

(1) Considérez le noeud K_n donné par

$$\{((10+\cos(\frac{n}{2}t))\cos t,\ (10+\cos(\frac{n}{2}t))\sin t,\ \sin(\frac{n}{2}t))\ ,\ 0 \leq t \leq 4\pi\}$$

– Dessiner ce noeud pour $n = 3$,
– Calculez le groupe fondamental de son complément (pour tout n).

(2) Rappelons que $PSL_2(\mathbb{Z}) = \mathbb{Z}/2 * \mathbb{Z}/3$. Calculez une présentation de son sous-groupe dérivé $PSL_2(\mathbb{Z})'$.

(3) Soit le groupe triangulaire

$$\triangle(l,m,n) = \langle a,b,c \mid a^2, b^2, c^2, (ab)^l, (bc)^m, (ca)^n \rangle$$

et soit l'homomorphisme d"'orientation"

$$\triangle(l,m,n) \to \mathbb{Z}/2\ ;\ a,b,c \mapsto 1.$$

Calculez une présentation du noyau $\triangle^+$ de cet homomorphisme.

(4) Le groupe symétrique admet la présentation suivante :

$$S_n = \langle \sigma_1, \ldots, \sigma_{n-1} \mid {\sigma_i}^2\, \forall i,\ (\sigma_i\sigma_j)^2\ \mathrm{si}|i-j| \geq 2,\ (\sigma_i\sigma_{i+1})^3\, \forall i \rangle$$

Déduisez-en une présentation du groupe alterné A_n.