Géometrie des Groupes

Série 13 . . . . distribuée le lundi 30 janvier 2006

(1) Construisez, pour tout n, un élément du groupe de Grigorchuk qui soit d'exposant 2^n.

(*indication*: Trouvez un élément h d'ordre 2 dans le sous-groupe K ; soit v un sommet non fixé par h. Posez $g_0 = 1$, et $g_n =$ $\cdot h$.)

(2) Soit $G = \mathrm{Aut}(T)$, où T est un arbre enraciné k-régulier, avec $k \geq 5$.

(a) Montrez que l'abélianisé $G/[G,G]$ est $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^\infty$.

(b) Montrez que $[G,G]$ est parfait, i.e. égal à son propre groupe des commutateurs.

(*indication*: L'action à chaque sommet est un élément de $\mathrm{Sym}(k)$; l'abélianisé de $\mathrm{Sym}(k)$ est $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$, et son groupe des commutateurs est parfait (même simple).)