Exercice Manufacturing

Performance des outils de production

October 7, 2016

Production cumulée délivrée par une machine

On considère une machine dont les temps de marche et les temps d'arrêt on été mesurés sur une installation. Ces mesures sont représentées à la figure 1 pour les temps de marche et à la figure 2 pour les temps d'interruption. Le temps de cycle de la machine est $\tau_c = 40$ [sec/pce].

- a) Si la machine était parfaitement fiable quelle durée $\mathcal{H}_{deterministe}$ de production faut-il prévoir pour produire 6'000 [pce] ?
- b) Pour un horizon de production $\mathcal{H} = 80$ heures, calculer la production cumulée moyenne $\langle \Sigma(\mathcal{H}) \rangle$ en tenant compte des aléas répertoriés dans les figures 1 et 2.
- c) Quelles sont les fluctuations, (i.e. variance), autour de cette valeur moyenne ? Interpréter ce résultat.
- d) Répéter les cas b) et c) pour $\mathcal{H} = 20$ [heure] et comparer les résultats avec la situation précédente.
- e) On reçoit une commande $B = 900$ [pce] à produire avec cette installation. Calculer le temps moyen $\langle \tau_B \rangle$ nécessaire pour satisfaire cette commande.
- f) Calculer la variance σ_{τ_B} autour de ce temps moyen $\langle \tau_B \rangle$.

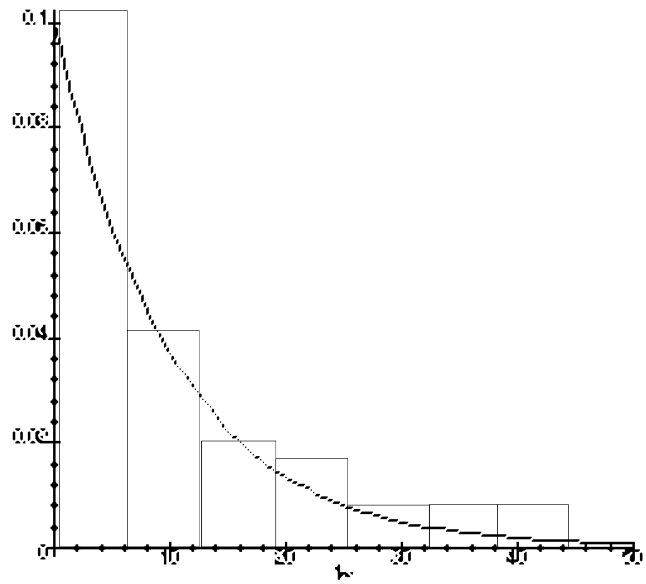

Figure 1: Temps de marche. La courbe continue est une exponentielle de la forme: $\lambda \exp -(\lambda x)$. L'échelle des abcisses est en minutes

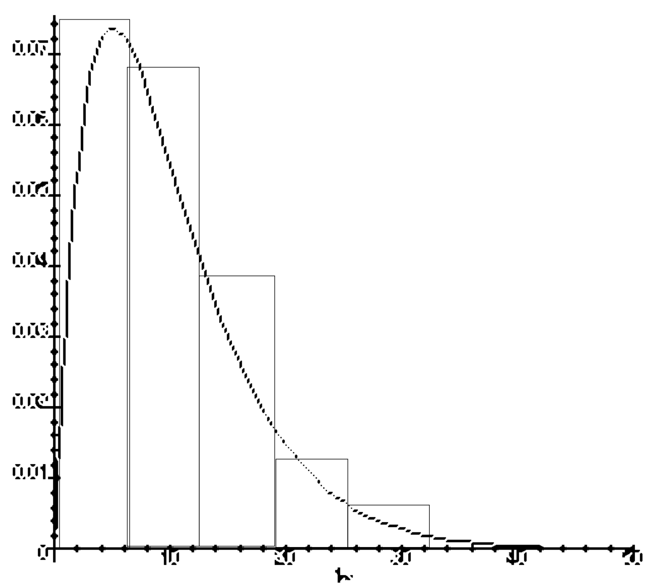

Figure 2: Temps d'interruption. La courbe continue est une loi d'Erlang-2 dont l'équation est: $4\mu^2 x \exp -(2\mu x)$. L'échelle des abcisses est en minutes.

Solution - Production cumulée délivrée par une machine

- a) Dans le cas où la machine serait parfaitement fiable, on aura trivialement: Production $\frac{1}{40}$ [pce/seconde] $\Rightarrow$ 90 [pces/heure] $\Rightarrow \mathcal{H}_{deterministe} = \frac{6'000}{90} = 66$ heures et 40 minutes.

- b) Des figures 1 et 2, on détermine les valeurs des paramètres λ et μ. Pour λ on lit directement sa valeur comme l'ordonnée à l'origine, cela donne $\lambda = 0.1$ [minute]$^{-1}$ $\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{6}$ [heure]. Quant à μ, il suffit de voir que le maximum se situe à la position $\frac{1}{2\mu}$, (égaler la dérivée de $4\mu^2 x \exp -(2\mu x)$ à zéro). Dans le cas de la figure 2, par identification approximative de la position du maximum, on obtient: $\frac{1}{2\mu} \simeq 5\,\text{minutes} \Rightarrow \mu \approx 0.1$ [minutes]$^{-1}$ $\Rightarrow \frac{1}{\mu} = \frac{1}{6}$ [heures]. De ces résultats on déduit alors immédiatement que $I = \frac{\lambda}{\mu} = 1$.

  Pour un temps de cycle de $\tau_c = 40$ [sec/pce], on obtient un taux de production de $\frac{1}{40}$ [pce/seconde] = 90 [pce/heure]. En utilisant la formule Eq.(4) des notes on obtient très directement:

$$\langle \Sigma(\mathcal{H}) \rangle = \langle V \rangle \mathcal{H} = \frac{U}{(1+I)} \mathcal{H} = \frac{90}{1+1} \times 80 = 3'600 \ \ [\text{pce}].$$

- c) Le coefficients de variation de TM est 1, (propriété de la loi exponentielle, voir exemple a) à la page 6 des notes). Quant au coefficient de variation des TI, il est égal à $\frac{1}{2}$, (voir exemple b) à la page 6 des notes où le coefficient de variation de la loi Erlang-2 est calculé). Calculons alors la variance de la production cumulée en utilisant les Eqs. (18) et (19) des notes. On aura:

$$\sigma_\Sigma^2 \times \mathcal{H} = (CV_\lambda + CV_\mu) \frac{U^2 I}{\mu(1+I)^3} \times \mathcal{H} = \frac{3}{2} \times \frac{90^2 \times 1}{6 \times (1+1)^3} \times 80 = 20'250[\text{pce}]^2 \approx (143)^2 [\text{pce}]^2$$

  Comme nous avons approximativement une Gaussienne, (voir l'Eq.(18) des notes), nous garantirons avec une probabilité de 0.95, (i.e. prendre $\pm$ 2 écarts types), que la production cumulée après 80 heures de production sera de 3'600 [pce] $\pm 2 \times 143$ [pce].

- d) Comme seul $\mathcal{H}$ est modifié, on obtient immédiatement:

$$\langle \Sigma(\mathcal{H}) \rangle = 900 \ \ [\text{pce}]$$

  et

$$\sigma_\Sigma^2 \times \mathcal{H} \approx (72)^2 [\text{pce}]^2.$$

  Remarquer que les fluctuations relatives deviennent beaucoup plus importantes pour les petites campagnes de production.

- e) Ici nous utilisons la formule Eq. (23) des notes et on trouve directement:

$$\langle \tau_B \rangle = \frac{B}{U}(1+I) = \frac{900}{90} \times (1+1) = 20 \ [\text{heure}].$$

- f) La formule Eq. (24) nous donne:

$$\sigma_{\tau_B} = \frac{(CV_\lambda + CV_\mu) B I}{\mu U} = \frac{3}{2} \times 900 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{90} = 2.5 \ [\text{heure}]^2 \approx (1.58)^2 \ [\text{heure}]^2.$$